Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **Spé maths**
Prénom : **Sujet A** **Sur 16**

1 heure

Les réponses de l'exercice 1 sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Exercice 1 : *6 points*

Vrai/faux. Aucune justification. Bonne réponse : 1,5 point, réponse mauvaise ou absente : 0 point.

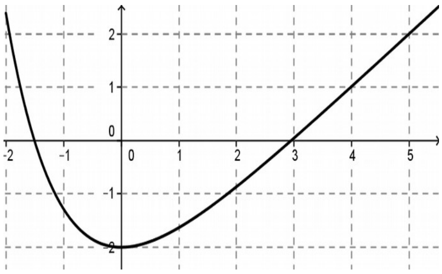
1. On admet que pour tout réel $x \geqslant 1$, $e^{-x^2} \leqslant e^{-x}$.

On peut en déduire que $0 \leqslant \int_1^2 e^{-x^2}\, dx \leqslant \frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

2. f est définie sur ℝ par $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$

La valeur moyenne sur $[0 ; 2]$ est égale à $\frac{1}{2} \times \ln\left(\frac{1+e^2}{2}\right)$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

3. La courbe ci-contre représente une fonction g.



$\int_{-1}^{5} g(x)\, dx$ est comprise entre 6 et 9. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

4. Si $\int_a^b f(x)\, dx \geqslant 0$, alors $f(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [a ; b]$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

Exercice 2 *10 points*

1. Calculer, en justifiant, les intégrales suivantes :

a) $\int_1^3 x^3\, dx$; **b)** $\int_1^2 2x e^{x^2}\, dx$; **c)** $\int_1^e \frac{x}{1+x^2}\, dx$ **d)** $\int_1^2 (2x+3)e^x\, dx$ (intégration par parties)

2. Donner, à l'aide de votre calculatrice, l'arrondi au centième de $\int_0^{60} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}\, dx$

3. Soient f une fonction paire telle que $\int_{-2}^{2} f(x)\, dx = 6$ et $\int_1^2 f(x)\, dx = 1$ et g une fonction telle que

$\int_0^1 g(x)\, dx = -1$.

a) Calculer $\int_0^2 f(x)\, dx$ et en déduire que $\int_0^1 f(x)\, dx = 2$.

b) Calculer $\int_0^1 3f(x) - 2g(x)\, dx$.

Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **Spé maths**
Prénom : **Sujet B** **Sur 16**

1 heure

Les réponses de l'exercice 1 sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Exercice 1 : *6 points*

Vrai/faux. Aucune justification. Bonne réponse : 1,5 point, réponse mauvaise ou absente : 0 point.

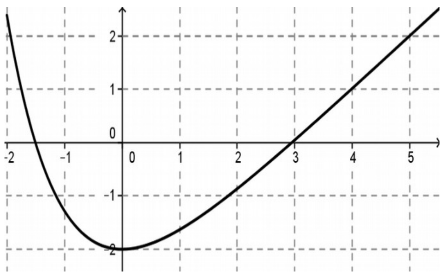
1. On admet que pour tout réel $x \geqslant 1$, $\mathrm{e}^{-x^2} \leqslant \mathrm{e}^{-x}$.

On peut en déduire que $0 \leqslant \int_1^2 \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x \leqslant \frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{\mathrm{e}^2}$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

2. f est définie sur ℝ par $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$

La valeur moyenne sur [0 ; 2] est égale à $\frac{1}{2} \times \ln\left(\frac{1+\mathrm{e}^2}{2}\right)$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

3. La courbe ci-contre représente une fonction g.



$\int_{-1}^{5} g(x)\,\mathrm{d}x$ est comprise entre 6 et 9. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

4. Si $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant 0$, alors $f(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in [a\,;\,b]$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

Exercice 2 *10 points*

1. Calculer, en justifiant, les intégrales suivantes :

a) $\int_1^3 \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$ **b)** $\int_1^2 \frac{4x^3}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$; **c)** $\int_2^3 \frac{1}{(2x-3)^2}\,\mathrm{d}x$ **d)** $\int_1^3 (3x+2)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ (intégration par parties)

2. Donner, à l'aide de votre calculatrice, l'arrondi au centième de $\int_0^{40} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-x^2}{2}}\,\mathrm{d}x$

3. Soient f une fonction paire telle que $\int_{-3}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x = 8$ et $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ et g une fonction telle que $\int_1^3 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$.

a) Calculer $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ et en déduire que $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$.

b) Calculer $\int_1^3 2f(x) - 5g(x)\,\mathrm{d}x$.

Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **Spé maths**
Prénom : **Sujet Aménagé** **Sur 12**

1 heure

Exercice 1 : *4,5 points*

Vrai/faux. Aucune justification. Bonne réponse : 1,5 point, réponse mauvaise ou absente : 0 point.

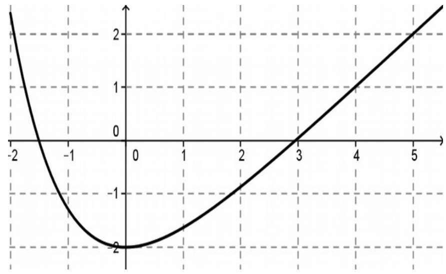
1. On admet que pour tout réel $x \geqslant 1$, $e^{-x^2} \leqslant e^{-x}$.

On peut en déduire que $0 \leqslant \int_1^2 e^{-x^2}\,dx \leqslant \frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

2. f est définie sur ℝ par $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$

La valeur moyenne sur $[0\,;\,2]$ est égale à $\frac{1}{2} \times \ln\left(\frac{1+e^2}{2}\right)$. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

3. La courbe ci-contre représente une fonction g.



$\int_{-1}^{5} g(x)\,dx$ est comprise entre 6 et 9. **Vrai :** ☐ **Faux :** ☐

Exercice 2 : *7,5 points*

1. Calculer, en justifiant, les intégrales suivantes :

a) $\int_1^3 x^3\,dx$ **b)** $\int_1^e \frac{x}{1+x^2}\,dx$ **c)** $\int_1^2 (2x+3)e^x\,dx$ (intégration par parties)

2. Donner, à l'aide de votre calculatrice, l'arrondi au centième de $\int_0^{60} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}}\,dx$

3. Soient f une fonction paire telle que $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 6$ et $\int_1^2 f(x)\,dx = 1$

Calculer $\int_0^2 f(x)\,dx$ et en déduire que $\int_0^1 f(x)\,dx = 2$.