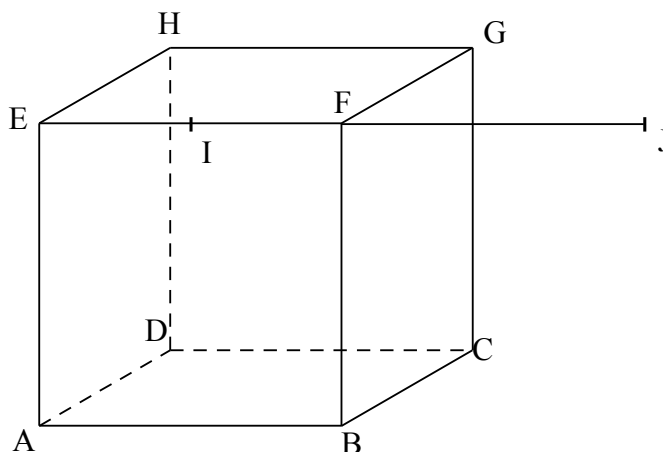


Exercice 1

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1.
 - a. Par lecture graphique, donner les coordonnées de I et de J.
 - b. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DJ}$, $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BG}$.
 - c. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).
 - d. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x - y + z - 2 = 0$.
2. On note $\mathcal{D}$ la droite passant par F et orthogonale à (BGI).
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$.
 - b. On considère le point L de coordonnées $L\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$.

Montrer que L est le point d'intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan (BGI).

3. On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide est donné par la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

- a. Calculer le volume de la pyramide FBGI.
- b. Calculer la longueur FL et en déduire l'aire du triangle BGI.

Exercice 2

La vitesse v de variation de cap d'un bateau au cours du temps (exprimée en degrés par heure) est modélisée par la dérivée d'une fonction f de la variable t ($t \geq 0$, t en heures), solution de l'équation différentielle :

$$(E) : y' = m(20 - y) \text{ où } m \text{ est un réel.}$$

1. Résoudre en fonction de m l'équation (E).
2. On suppose que $f(0) = 0$. Trouver l'expression de f et de v en fonction de m .
3. On suppose que f est donnée par $f(t) = 20 - 20e^{-0,035t}$.
 - a. Déterminer $v(t)$ et $v'(t)$.
 - b. Calculer les limites de v aux bornes de son domaine de définition et dresser le tableau de variations de v sur $[0 ; +\infty[$.
 - c. Quelle information peut-on en déduire pour f ?
 - d. Résoudre $v(t) = 0,5$. Interpréter le résultat obtenu.