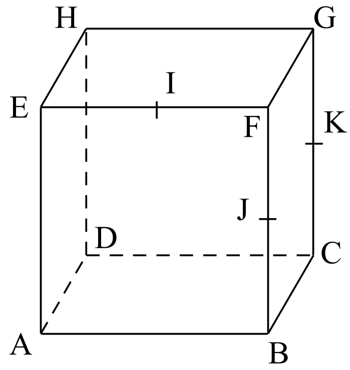
Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **Spé math TG 2**
Prénom :

1 heure



Exercice 1 : *6 points*
On considère un cube ABCDEFGH de côté 2.

Les points I, J et K sont respectivement les milieux de $[EF]$ et $[BF]$ et $[GC]$

(voir figure ci-contre).

Toutes les questions (par numéro) sont indépendantes.

PARTIE A : *Répondre sur l'énoncé*

Les affirmations suivantes sont-elles vraies (V) ou fausses (F) ?

Aucune justification n'est attendue, cocher la bonne réponse.

1. Les droites (AJ) et (HF) sont sécantes. □ V □ F

2. Les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles. □ V □ F

3. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{FH}$ forment une base du plan (ABC). □ V □ F

4. Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{JK}$ forment une base de l'espace. □ V □ F

5. Dans le repère $\left(H ; \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{HG}\right)$, B a pour coordonnées (1 ; –1 ; 1). □ V □ F

PARTIE B :

1. a. Montrer que AC = AH = HC = $2\sqrt{2}$.

b. En déduire $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AH}$.

2. En utilisant la méthode de votre choix, calculer $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AI}$.

Exercice 2 : *7 points*
Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, soient les points A (0 ; –1 ; 0), B (1 ; –3 ; 0), C (–2 ; 1 ; 2), D (–2 ; –3 ; –6) et H (2 ; –1 ; –4).

1. Montrer que les points A, B et C définissent un plan. On appelle $\mathscr{P}$ ce plan.

2. Montrer que $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$.

3. Prouver que le point H appartient au plan $\mathscr{P}$.

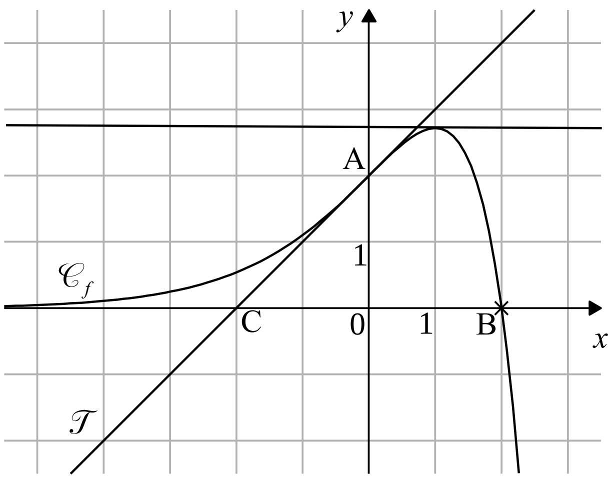
4. a. Prouver que H est le projeté orthogonal de D sur le plan $\mathscr{P}$.

b. En déduire la distance du point D au plan $\mathscr{P}$.

5. a. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

b. En déduire une mesure au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 3 : *8 points*



1. Dans un plan muni d'un repère, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde. On a placé les points A $(0 ; 2)$, B $(2 ; 0)$ et C $(-2 ; 0)$.

On dispose des renseignements suivants :

- le point B appartient à $\mathscr{C}_f$;

- la droite (AC) est tangente en à $\mathscr{C}_f$;

- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique (*et donc sans justifier*) : :

a. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f'(1)$.

b. Donner une équation de la tangente en A à $\mathscr{C}_f$.

c. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f semble convexe et celui sur lequel elle semble concave.

2. Dans cette question, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lu graphiquement dans la question 1.

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 - x)\mathrm{e}^x$.

a. Calculer les valeurs de $f(0)$ et de $f'(1)$.

b. Déterminer par le calcul une équation de la tangente $\mathscr{T}$ à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.

c. Dresser le tableau de variations de f (sans les limites).

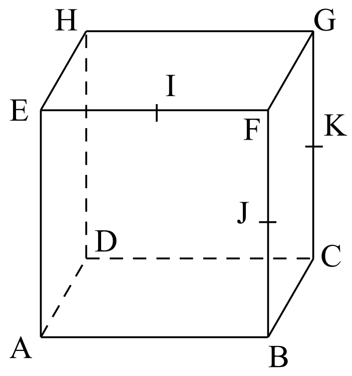
d. Déterminer une expression de $f''(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

e. Étudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$.

f. Préciser si la courbe $\mathscr{C}_f$ admet un point d'inflexion. Si oui, que peut-on dire de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en ce point.

Nom : **DEVOIR DE MATHÉMATIQUES** **Spé math TG 2**
Prénom : **Sujet Aménagé**
1 heure 15 *sur 16 points*

Exercice 1 : *4,5 points*
On considère un cube ABCDEFGH de côté 2.



Les points I, J et K sont respectivement les milieux de $[EF]$ et $[BF]$ et $[GC]$

(voir figure ci-contre).

Toutes les questions (par numéro) sont indépendantes.

PARTIE A : *Répondre sur l'énoncé*

Les affirmations suivantes sont-elles vraies (V) ou fausses (F) ?

Aucune justification n'est attendue, cocher la bonne réponse.

1. Les droites (AJ) et (HF) sont sécantes. □ V □ F

2. Les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles. □ V □ F

3. Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{FH}$ forment une base du plan (ABC). □ V □ F

4. Dans le repère $\left(H ; \overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HD}, \overrightarrow{HG}\right)$, B a pour coordonnées (1 ; –1 ; 1). □ V □ F

PARTIE B :

1. On admet que AC = AH = HC = $2\sqrt{2}$. En déduire $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}$.

2. En utilisant la méthode de votre choix, calculer $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AI}$.

Exercice 2 : *6 points*
Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, soient les points A (0 ; –1 ; 0), B (1 ; –3 ; 0), C (–2 ; 1 ; 2), D (–2 ; –3 ; –6) et H (2 ; –1 ; –4).

1. Montrer que les points A, B et C définissent un plan. On appelle $\mathscr{P}$ ce plan.

On admet que $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$.

2. Prouver que le point H appartient au plan $\mathscr{P}$.

3. a. Prouver que H est le projeté orthogonal de D sur le plan $\mathscr{P}$.

b. En déduire la distance du point D au plan $\mathscr{P}$.

4. a. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

b. En déduire une mesure au degré près de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 3 : *5,5 points*

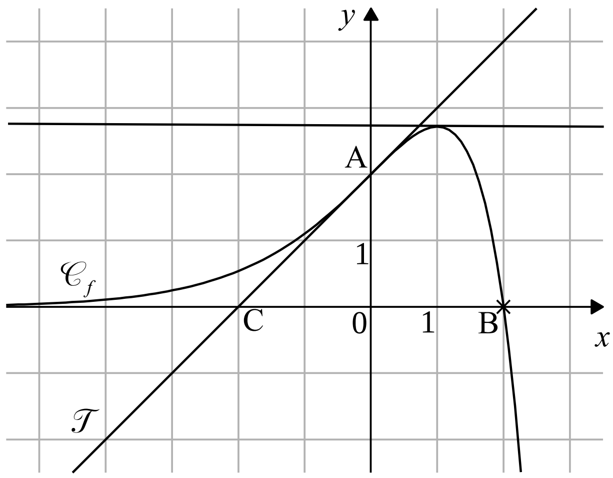
1. Dans un plan muni d'un repère, on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde. On a placé les points A (0 ; 2), B (2 ; 0) et C (–2 ; 0).

On dispose des renseignements suivants :

- le point B appartient à $\mathscr{C}_f$;

- la droite (AC) est tangente en à $\mathscr{C}_f$;

- la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est une droite horizontale.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique (*et donc sans justifier*) : :

a. Indiquer les valeurs de $f(0)$ et de $f'(1)$.

b. Donner une équation de la tangente en A à $\mathscr{C}_f$.

c. Déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f semble convexe et celui sur lequel elle semble concave.

2. Dans cette question, on cherche à vérifier par le calcul les résultats lu graphiquement dans la question **1.**

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 - x)e^x$.

a. Calculer les valeurs de $f(0)$ et de $f'(1)$.

b. Dresser le tableau de variations de f (sans les limites).

On admet qu'une expression de f'', la dérivée seconde de f est $f''(x) = -xe^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

c. Étudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$.