Nom :
Prénom :

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

TG Spé math 2

Sujet A Corrigé

1 petite heure

Les réponses sont à compléter sur la feuille de l'énoncé.

Exercice 1 5 points

On donnera les résultats sous forme théorique (la formule) avant d'effectuer les calculs.

On remplit un damier carré de 16 cases avec les chiffres 0 et 1, comme illustré ci-dessous.

0	1	1	1
0	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1

1. Combien de grilles peut-on former ?

Une grille est une 16-liste de l'ensemble $\{0 ; 1\}$. Il y a donc $2^{16} = 65\ 536$ grilles possibles.

2. Combien de grilles peut-on former, si chaque colonne contient exactement un 1 ?

Dans chaque colonne, il y a quatre possibilités pour placer le 1. Il y a donc $4^4 = 256$ grilles possibles

3. Combien de grilles peut-on former, si chaque colonne contient au plus un 1 ?

Dans chaque colonne, il y a quatre possibilités pour placer le 1, et une possibilité supplémentaire sans 1, donc cinq possibilités par colonne. Il y a donc $5^4 = 625$ grilles possibles.

Exercice 2 8 points

On donnera les résultats sous forme théorique (la formule) avant d'effectuer les calculs.

Une grille de loto se présente sous la forme d'une grille de quarante nombres (de 1 à 40) et quatre lettres (A, B, C, D), dans laquelle un joueur coche quatre numéros et deux lettres.

1	6	11	16	21	26	31	36
2	7	12	17	22	27	32	37
3	8	13	18	23	28	33	38
4	9	14	19	24	29	34	39
5	10	15	20	25	30	35	40

A	B	C	D

1. De combien de manières peut-on choisir les quatre numéros ? Les deux lettres ?

On choisit quatre nombres parmi quarante, soit $\binom{40}{4} = 91\,390$ possibilités.

On choisit également deux lettres parmi quatre, soit $\binom{4}{2} = 6$ possibilités.

2. Combien de grilles peut-on former ?

Le nombre de grilles est $\binom{40}{4} \times \binom{4}{2} = 548\,340$.

3. Les nombres sont rangés dans quatre blocs (de 1 à 10, de 11 à 20, de 21 à 30, de 31 à 40). Un joueur décide de cocher un numéro par bloc. Combien de grilles peut-on former avec cette contrainte ?

Le joueur a dix possibilités pour chaque bloc, donc 10^4 possibilités pour choisir les quatre nombres.

Par ailleurs, ce joueur a $\binom{4}{2} = 6$ choix pour les lettres. Il y a donc $6 \times 10^4 = 60\,000$ grilles possibles.

4. Un autre joueur, par superstition (?), décide qu'il doit y avoir au plus un numéro par ligne. Combien de grilles peut-on former avec cette contrainte ?

Ce joueur doit choisir les quatre lignes sur lesquelles il y aura un numéro (ou la ligne sur laquelle il n'y en

aura pas). Il y a $\binom{5}{4} = \binom{5}{1} = 5$ possibilités. Pour chaque ligne, il y a 8 numéros possibles. Enfin, il y a 6

choix possibles du bloc lettres. Le nombre de grilles est $5 \times 8^4 \times 6 = 122\,880$.