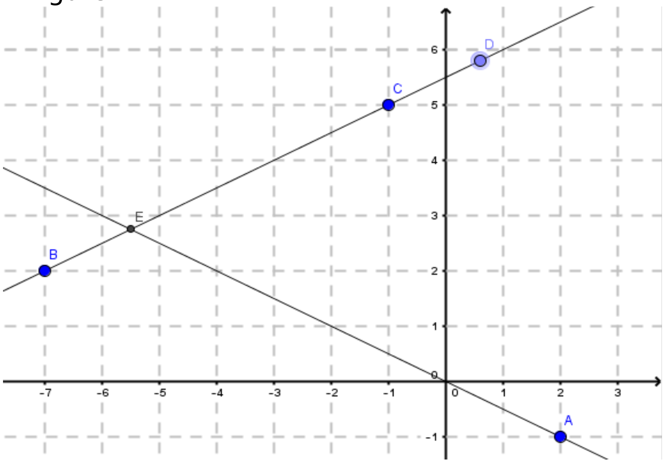
Correction DM 3.

Exercice 1 :

1. Figure



2. a) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-7-2)^2+(2-(-1))^2}=\sqrt{(-9)^2+3^2}=\sqrt{81+9}=\sqrt{90}$

$BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}=\sqrt{(-1-(-7))^2+(5-2)^2}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}$

$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(-1-2)^2+(5-(-1))^2}=\sqrt{(-3)^2+6^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}$

b) On a AC=BC donc le triangle ABC est isocèle en C. De plus, AB est le plus grand côté.

$AB^2=\sqrt{90^2}=90$ Et $AC^2+BC^2=\sqrt{45^2}+\sqrt{45^2}=45+45=90$

On obtient $AB^2=AC^2+BC^2$. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est isocèle rectangle en C

3. La droite (BC) s'écrit sous la forme de $y=mx+p$.

$m=\dfrac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\dfrac{5-2}{-1-(-7)}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$. Le point C appartient à la droite (BC) donc en insérant ses coordonnées dans la droite d'équation $y=\dfrac{1}{2}x+p$, on a $5=\dfrac{1}{2}\times(-1)+p$ soit $p=\dfrac{11}{2}$

D'où l'équation de (BC) : $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{11}{2}$

4. $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}+\dfrac{11}{2}=\dfrac{3}{10}+\dfrac{11}{2}=\dfrac{3}{10}+\dfrac{55}{10}=\dfrac{58}{10}=\dfrac{29}{5}$ Donc le point D appartient bien à la droite (BC)

5. a)

$$\begin{cases} y=-0{,}5\,x \\ y=0{,}5\,x+5{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0{,}5\,x \\ -0{,}5\,x=0{,}5\,x+5{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0{,}5\,x \\ -x=5{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-0{,}5\,x \\ x=-5{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5{,}5 \\ y=-0{,}5\times(-5{,}5)=2{,}75 \end{cases}$$

b) $E(-5{,}5\ ;2{,}75)$ est le point d'intersection des droites (OA) et (BC).

Exercice 2 :

1. $f(-2)=-3(-2)^2-2+4=-12-2+4=-10$ et $f(1)=-3+1+4=2$

2. Développons les expressions proposées :

$(x+1)(4-3x)=4x-3x^2+4-3x=-3x^2+x+4=f(x)$

$$-3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{49}{12}=-3\left(x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}\right)+\frac{49}{12}=-3x^2+x-\frac{1}{12}+\frac{49}{12}=-3x^2+x+\frac{48}{12}=-3x^2+x+4=f(x)$$

3. En utilisant la forme canonique de *f* avec $a=-3<0, \alpha=\frac{1}{6}$ *et* $\beta=\frac{49}{12}$, on obtient le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{1}{6}$		$+\infty$
$f(x)$		↗	$\frac{49}{12}$	↘	

4 a) En utilisant la forme factorisée de *f* on obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-3x$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

b) D'après le tableau de signes précédent, les solutions de l'inéquation f(x) > 0 sont

S =] - 1 ; $\frac{4}{3}$ [

Exercice 3 :

1. $\overrightarrow{SL}=\overrightarrow{NG}$

$\begin{pmatrix} x_L-6 \\ y_L+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1-3 \\ 3-4 \end{pmatrix}$ *soit* $\begin{cases} x_L=1-3+6 \\ y_L=3-4-1 \end{cases}$ *d'où* $\begin{cases} x_L=4 \\ y_L=-2 \end{cases}$ Le point L a pour coordonnées (4;-2)

2. On sait que $\overrightarrow{SL}=\overrightarrow{NG}$ donc SNGL est un parallélogramme. A est le milieu de la diagonale [SG]. Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, A est aussi le milieu de l'autre diagonale, qui est [LN]. Les points L, A et N sont donc alignés.

3. a) $\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NS}=\overrightarrow{SL}+\overrightarrow{NS}=\overrightarrow{NS}+\overrightarrow{SL}$ par la relation de Chasles on a : $\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NS}=\overrightarrow{NL}$

b) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{LG}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{LG}$ par la relation de Chasles on a :

$\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{LG}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{SG}$