

Quelques exercices à travailler pour préparer le devoir commun

Corrigé

Exercice 1 :

Soient f la fonction définie sur $[-5 ; 6]$. On donne sa courbe représentative C_f ci-contre.

Compléter par lecture graphique :

1. a) L'image de 4 est -3
 b) Le ou les antécédents de -2 par la fonction f sont : 3 et 6

2. Résoudre graphiquement :

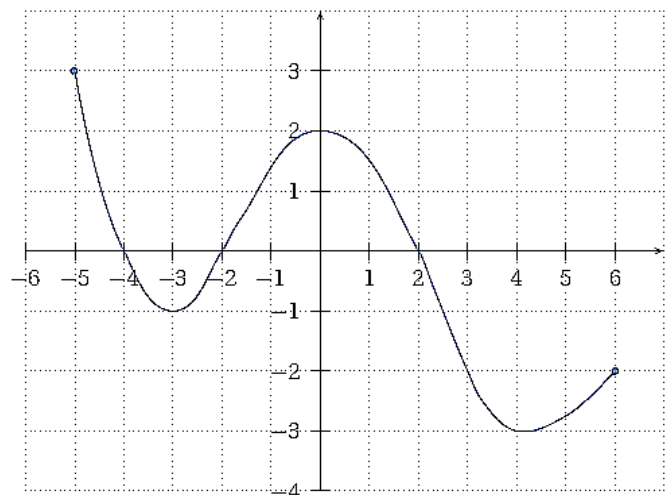
a) $f(x) = -1$. Réponse : $S = \{-3 ; 2,5\}$

b) $f(x) \geq 0$.

Réponse : $S = [-5 ; -4] \cup [-2 ; 2]$

3. Pour quelles valeurs de k , l'équation $f(x) = k$ admet-elle trois solutions ? $k \in]-1 ; 2[$ **C2**

4. Dresser le tableau de variations de f ci-contre : **C1**



x	-5	-3	0	4	6
$f(x)$	3	-1	2	-3	-2

Exercice 2 :

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 + 2x + 3$.

On note C_g la courbe représentative de g .

1. Montrer que $g(x) = (3 - x)(x + 1)$.

$$(3 - x)(x + 1) = 3x + 3 - x^2 - x = -x^2 + 2x + 3 = g(x)$$

2. En utilisant la forme la plus adaptée, répondre aux questions :

- a) Le point $M(-2 ; 3)$ appartient-il à C_g ?

$$g(x) = (3 + 2)(-2 + 1) = -5 \text{ donc } M \notin C_g.$$

- b) Trouver les antécédents de 0 par g .

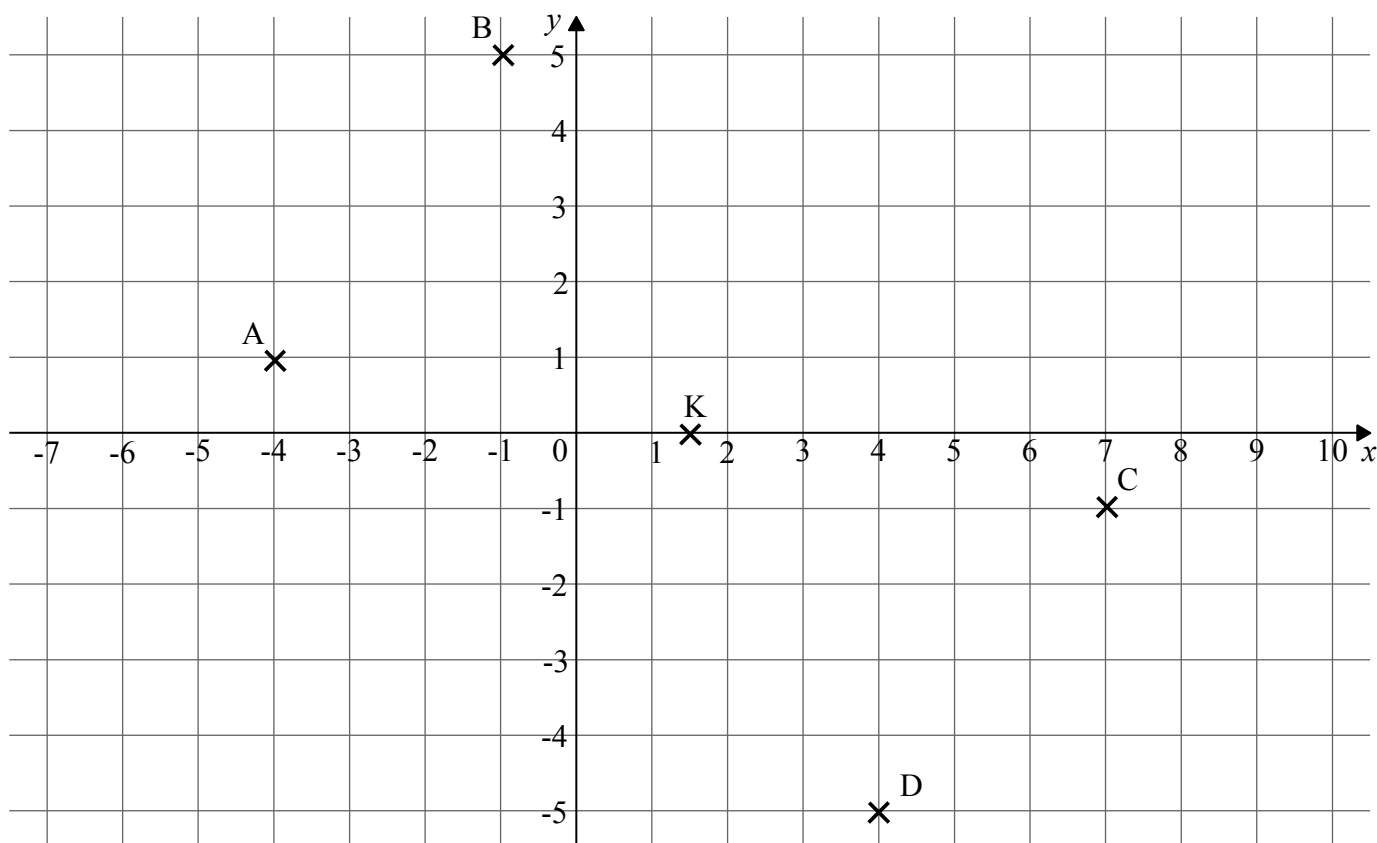
$$g(x) = 0 \Leftrightarrow (3 - x)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow 3 - x = 0 \text{ ou } x + 1 = 0 \text{ donc les antécédents de 0 sont } -1 \text{ et } 3.$$

- d) Déterminer les solutions de l'équation $g(x) = 3$.

$$g(x) = 3 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(-x + 2) = 0 \text{ donc } x = 0 \text{ ou } -x + 2 = 0 \text{ donc } S = \{0 ; 2\}$$

Exercice 4 :

1. Dans le repère orthonormal ci-dessous, placer les points A(-4 ; 1) , B (-1 ; 5) et C (7 ; -1).



2.

- a) Calculer la distance AC.

$$AC = \sqrt{(7+4)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

- b) On admet : $AB = 5$ et $BC = 10$.

En déduire que le triangle ABC est rectangle.

$$AB^2 + BC^2 = 25 + 100 = 125$$

$$AC^2 = 125$$

Donc $AB^2 + BC^2 = AC^2$, donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B

3. Calculer les coordonnées du point K milieu du segment [AC].

$$x_K = \frac{-4+7}{2} = 1,5 \text{ et } y_K = \frac{1-1}{2} = 0 \text{ donc } K(1,5 ; 0)$$

4. Calculer les coordonnées du point D pour que ABCD soit un rectangle.

Pour que ABCD soit un rectangle, il faut que K soit le milieu de [BD],

c'est à dire $x_K = \frac{x_B + x_D}{2}$ et $y_K = \frac{y_B + y_D}{2}$

Soit $1,5 = \frac{-1 + x_D}{2}$ et $0 = \frac{5 + y_D}{2}$

donc $x_D = 1,5 \times 2 + 1 = 4$ et $y_D = 0 \times 2 - 5 = -5$. donc D(4 ; -5)

Exercice 5 :

1) On donne l'algorithme ci-contre :

Si on exécute l'algorithme avec $a = -1$, on obtient :

a) -1

b) 0

c) 1

d) 2

2) Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^3 + 8x^2 + 3x - 3$

Parmi les trois fenêtres graphiques suivantes, laquelle est **la mieux adaptée** pour voir la courbe ?

a) x appartient à $[-5 ; 5]$ et y appartient à $[-20 ; 50]$.

b) x appartient à $[0 ; 5]$ et y appartient à $[-30 ; 30]$.

c) x appartient à $[-10 ; 5]$ et y appartient à $[-10 ; 10]$.

d) x appartient à $[-5 ; 2]$ et y appartient à $[-10 ; 10]$.

3) Soit la fonction f dont on donne le tableau de variation ci-contre. Alors :

a) $f(0) = 1$

b) $f(2) < f(3)$

c) $f(2) = f(0)$

d) $f(2) > f(3)$

Exercice 6 :

C_f est la courbe d'une fonction f définie $[-4 ; 3]$ et la droite (D) représente une fonction g .
Par lecture graphique, compléter :

1. a) $f(0) = -2$

b) l'image de -2 par g est -2

c) Le ou les antécédents de 0 par f sont : -3 ; -1 et 2.

2. Résoudre :

a) $f(x) = 1$ $S = \{-2; 2, 4\}$.

b) $f(x) = g(x)$ $S = \{-4 ; -0,5; 2\}$

c) $f(x) > g(x)$ $S =] -4; -0,5 [\cup] 2; 3 [$

3.

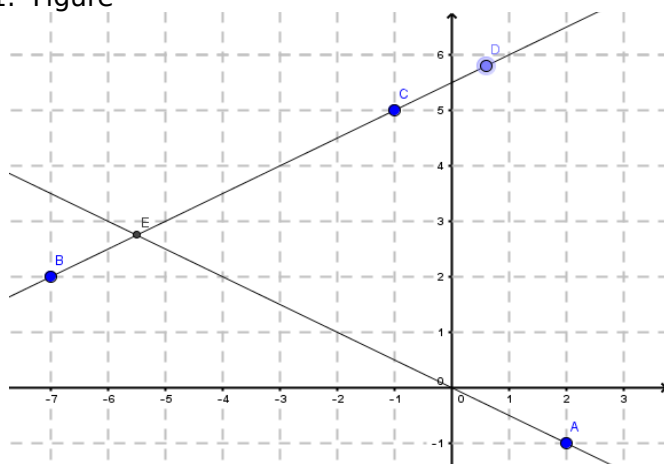
x	-4	-2	0	3
Variations de $f(x)$	-3	1	-2	3

4. g s'écrit sous la forme $y = mx + p$ on a $p = -1$ et $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$, d'où l'équation

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

Exercice 7 :

1. Figure



$$2. a) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-7 - 2)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{(-9)^2 + 3^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-1 - (-7))^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (5 - (-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}$$

b) On a $AC = BC$ donc le triangle ABC est isocèle en C. De plus, AB est le plus grand côté.

$$AB^2 = \sqrt{90^2} = 90 \quad \text{Et} \quad AC^2 + BC^2 = \sqrt{45^2} + \sqrt{45^2} = 45 + 45 = 90$$

On obtient $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est isocèle rectangle en C

3. La droite (BC) s'écrit sous la forme de $y = mx + p$.

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{5 - 2}{-1 - (-7)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}. \quad \text{Le point C appartient à la droite (BC) donc en insérant ses}$$

coordonnées dans la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + p$, on a $5 = \frac{1}{2} \times (-1) + p$ soit $p = \frac{11}{2}$

D'où l'équation de (BC) : $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

$$4. \quad \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{11}{2} = \frac{3}{10} + \frac{11}{2} = \frac{3}{10} + \frac{55}{10} = \frac{58}{10} = \frac{29}{5} \quad \text{Donc le point D appartient bien à la droite (BC)}$$

$$5. a) \begin{cases} y = -0,5x \\ y = 0,5x + 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -0,5x \\ -0,5x = 0,5x + 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -0,5x \\ -x = 5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -0,5x \\ x = -5,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5,5 \\ y = -0,5 \times (-5,5) = 2,75 \end{cases}$$

b) $E(-5,5 ; 2,75)$ est le point d'intersection des droites (OA) et (BC).